

Determinación de la aceleración de la gravedad mediante tiro horizontal

Fernández Esteberena, Pablo Ricardo; Melzi, Agustín Emilio
pablo.rfe@gmail.com emilio.155@hotmail.com
Universidad Nacional del Centro de la provincia de Bs.As.

8 de noviembre 2011

Resumen

En este trabajo se determinó la aceleración de la gravedad por medio del disparo horizontal de un proyectil y la medición de la altura y tiempo de su caída. Se obtuvo $g = (959 \pm 4) \frac{cm}{s^2}$.

Palabras clave: aceleración de la gravedad; tiro horizontal; ángulo de disparo

1. Introducción

La gravitación es una de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza. La ley que describe la fuerza gravitacional entre dos cuerpos fue descubierta por Newton en 1665; ha explicado de manera convincente las fuerzas gravitacionales ejercidas sobre los objetos en la Tierra y también el movimiento de los planetas en el sistema solar. Para explicar los efectos en campos gravitacionales fuertes se requiere la moderna teoría de la gravitación, la teoría general de la relatividad de Einstein [1, pág. 299].

Si se prescinde de la resistencia del aire, se descubre que en cualquier punto cercano a la superficie terrestre, todos los cuerpos caen con la misma aceleración cualquiera que sea su tamaño, su forma o composición. Esta aceleración, denotada por el símbolo g , recibe el nombre de aceleración debida a la gravedad. Aunque depende de la distancia con el centro de la Tierra, si la distancia de la caída es pequeña en comparación con el radio terrestre, podemos considerarla como constante en toda la caída.[1, pág. 28]

Existen numerosas formas de medir la aceleración de la gravedad. Una de ellas consiste en dejar caer un cuerpo libremente desde una altura h y medir el tiempo t que le toma llegar a $y = 0$ utilizando la siguiente ecuación de la cinemática:

$$y(t) = h + v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

donde $v_{0,y}$ es la velocidad inicial ($v_{0,y} = 0$ en una caída desde el reposo).

Cuando en trabajos anteriores [2] se trató de hallar g a través de este modelo utilizando sensores para iniciar y detener un cronómetro, surgió el problema de que no era posible medir el tiempo desde el instante en que el cuerpo abandona el reposo. Al ubicar el fotosensor a una determinada distancia desde la posición inicial del cuerpo, este debía recorrerla antes de interceptar el haz infrarrojo del mismo y activar el cronómetro que mide el tiempo de caída. Así, $t = 0$ es en realidad un instante en el que el cuerpo ya ha sido acelerado levemente. Como v_0 es muy pequeña, puede tomarle un tiempo no despreciable al cuerpo recorrer la distancia entre el comienzo del movimiento y el instante en el que activa el fotosensor. Esto puede llevar a una subestimación del tiempo de caída.

En este trabajo se propone un arreglo experimental en el que el cuerpo se lanza horizontalmente con una determinada velocidad inicial. Se sabe que en estas condiciones el tiempo de caída es independiente de la velocidad horizontal del movimiento y que la componente vertical de la velocidad inicial es nula, por lo tanto, será el mismo en caída libre que en tiro horizontal. Con esta disposición es posible disminuir considerablemente el tiempo transcurrido entre el instante en que comienza el movimiento y el instante en que comienza a medirse el tiempo de caída.

2. Método experimental

Para lograr el tiro horizontal se utilizó un cañón de resorte marca Pasco ME-6825, el cual dispara una esfera de metal de 16mm de diámetro. Además, el cañón cuenta con un goniómetro con plomada que sirve para fijar el ángulo de disparo; se utilizó la lectura del goniómetro como referencia estimando que el error no supera 1° (Ver apéndice). El cañón permite impulsar el proyectil con tres velocidades distintas, de las cuales utilizamos la menor.

Se montó el cañón sobre una plataforma horizontal, la cual se fijó a una mesada por medio de dos mordazas, de tal forma que cuando al lanzar el

proyectil, el mismo impactaba en el piso (Ver figura 1) . Se colocó un foto-sensor conectado a un cronómetro digital (Pasco) en el extremo del cañón a una distancia de un radio de la esfera. Esto se hizo a fin de que el contador se active cuando la esfera esté totalmente fuera del cañón y no al instante en que asoma al exterior. En el piso se ubicó una plataforma pizoeléctrica (Pasco), también conectada al cronómetro, la cual detiene el cronómetro al recibir el impacto del proyectil.

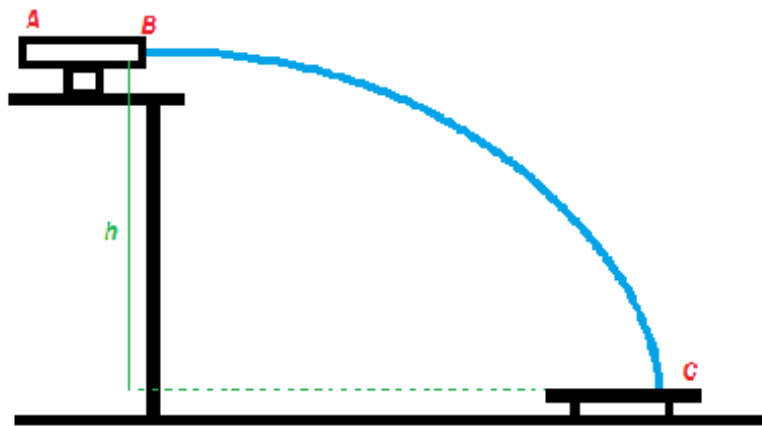


Figura 1. Esquema del montaje del cañón (A) conectado con sensor de inicio (B) en la punta y la plataforma de fin (C) en el suelo.

Se realizaron disparos desde varias alturas. Para esto se acopló la plataforma pizoeléctrica sobre un gato hidráulico con una base sobre él. Este brindó dos alturas extras además de la del piso, las que fueron ajustadas con un nivel. Para medir la altura del cañón al piso se utilizó una manguera llena de agua que permitió marcar su elevación en una superficie vertical. En la tabla siguiente se pueden ver las alturas de las que se efectuaron los disparos.

Tabla 1. Alturas de caída

	h (cm)
1	$91,60 \pm 0,05$ (¹)
2	$74,6 \pm 0,1$
3	$66,1 \pm 0,1$

¹La incertidumbre de h_1 es distinta a las de h_2 y h_3 , ya que las últimas dos se obtuvieron de restarle a h_1 las alturas del gato, también medidas con cinta métrica.

Con cada una de las alturas se realizaron veinte mediciones utilizando el tiro más débil de los tres disponibles y registrando el tiempo en cada una ellas.

3. Resultados

En la tabla siguiente se pueden apreciar los tiempos de caída para cada altura h :

Tabla 2. Intervalos de tiempo medidos en cada disparo

	h_1 (cm)	t (s)	h_2 (cm)	t (s)	h_3 (cm)	t (s)
1	91,6	0,429	74,6	0,389	66,1	0,361
2		0,429		0,389		0,361
3		0,429		0,389		0,362
4		0,430		0,388		0,362
5		0,429		0,388		0,362
6		0,430		0,386		0,363
7		0,429		0,387		0,363
8		0,429		0,386		0,365
9		0,430		0,385		0,364
10		0,429		0,386		0,364
11		0,430		0,386		0,361
12		0,429		0,386		0,361
13		0,429		0,386		0,361
14		0,429		0,386		0,362
15		0,430		0,385		0,361
16		0,430		0,384		0,363
17		0,430		0,385		0,363
18		0,431		0,385		0,364
19		0,430		0,385		0,364
20		0,431		0,385		0,361

Los tiempos de vuelo en cada disparo se midieron con una incertidumbre instrumental de $u_{i,t} = 0,001s$.

El ángulo θ con respecto a la horizontal, como ya se dijo determinado con el goniómetro del cañón, lleva asociada por su parte una incertidumbre instrumental $u_{i,\theta} = 1^\circ = 0,0174$.

Con el fin de calcular el valor de g , se utilizó el método de regresión lineal a partir de los datos experimentales. Cuando en la ecuación (1) $y(t) = 0$, tenemos que:

$$0 = h + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

al ser $\theta = 0$, entonces $\sin \theta = 0$; despejando t^2 :

$$t^2 = \frac{2h}{g} \quad (3)$$

En concordancia con esta expresión, se hizo una gráfica t^2 vs h de los puntos experimentales obtenidos. En base a ellos se realizó una regresión lineal y se llegó a la recta visible en la figura 2:

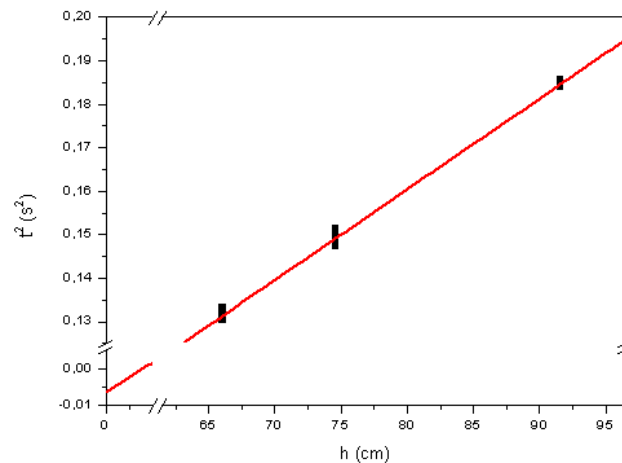


Figura 2. Gráfica de ajuste lineal de t^2 en función de h según la expresión $t^2 = \frac{2h}{g}$ en base a los datos experimentales de la tabla 2.

caracterizada por: pendiente: $\alpha = 0,0021 \frac{s^2}{cm} \pm 1 \cdot 10^{-5} \frac{s^2}{cm}$ y ordenada al origen: $\beta = -0,0064s^2 \pm 9 \cdot 10^{-4}s^2$. Además, de esta se sabe que:

$$\alpha = \frac{2}{g}$$

Despejando, conseguimos el valor de g :

$$g = \frac{2}{\alpha} = 959 \frac{cm}{s^2}$$

Mediante el cálculo de propagación de errores por el método de derivadas parciales tenemos como resultado final:

$$g = (959 \pm 4) \frac{cm}{s^2}$$

4. Análisis

Debido a que el valor de g obtenido es menor que $g = 980 \frac{cm}{s^2}$ medido con métodos más exactos [1], se hizo un análisis de los efectos de un error en el ángulo de disparo θ . De la ecuación (2) se deduce la función:

$$h(t) = -v_0 \sin \theta \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

que proporciona para cada tiempo de vuelo y ángulo de disparo, la altura inicial de la que se debe haber lanzado el proyectil. Se considera a v_0 y g como constantes. La velocidad inicial $v_0 \simeq 300 \frac{cm}{s}$ fue obtenida de un experimento anterior[3].

Cuando $\theta \neq 0$ no hay una relación lineal entre h y t^2 , por lo que el modelo lineal adoptado podría dejar de ser adecuado. El más adecuado sería el de la ecuación (4). Pueden verse graficados ambos en el siguiente gráfico (tomando $\theta = \pm u_{i,\theta} = \pm 1^\circ$):

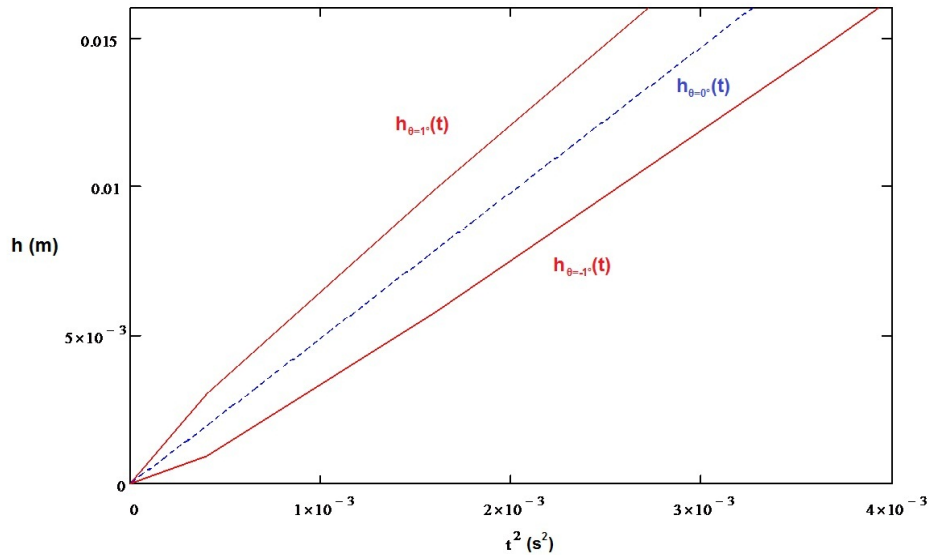


Figura 3. El modelo que no asume $\theta = 0$, no presenta una relación lineal entre h y t^2 . En la gráfica se ven las funciones para $\theta = 0$, $\theta = u_{i,\theta} = 1^\circ$ y $\theta = u_{i,\theta} = -1^\circ$.

La pendiente de la recta obtenida por medio de la regresión lineal coincide en el rango de los tiempos medidos con la función que considera un $\theta \neq 0$ cuando $\theta \simeq -0^\circ 30'$. Este valor se encuentra dentro de la incertidumbre de θ . Esto se puede ver en la siguiente figura:

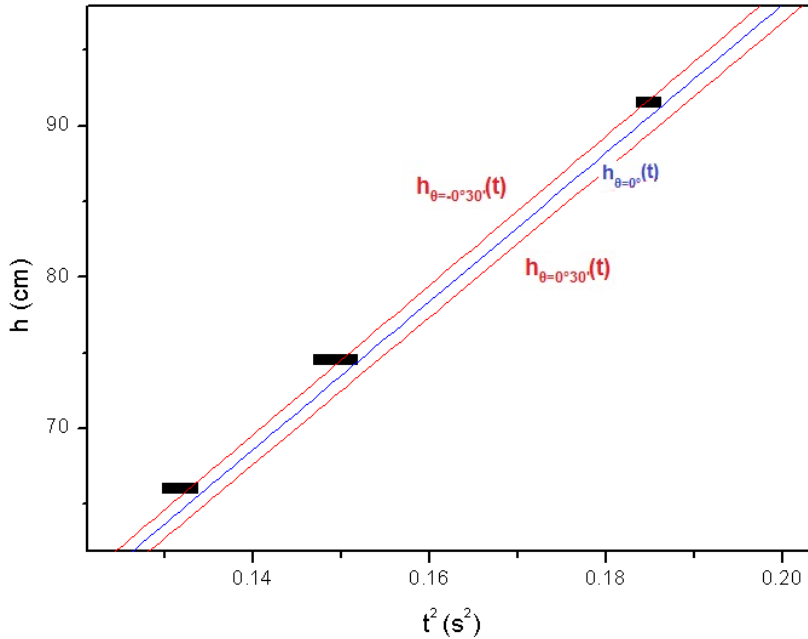


Figura 4. Los puntos experimentales coinciden con la función que considera un $\theta \simeq -0^\circ 30'$.

Todo esto demuestra que un $\Delta\theta \simeq -0^\circ 30'$ es capaz de explicar el hecho de que se obtenga $g = 959 \frac{cm}{s^2}$. Nótese que las pendiente de las curvas tienden al valor de la pendiente del modelo con $\theta = 0$.

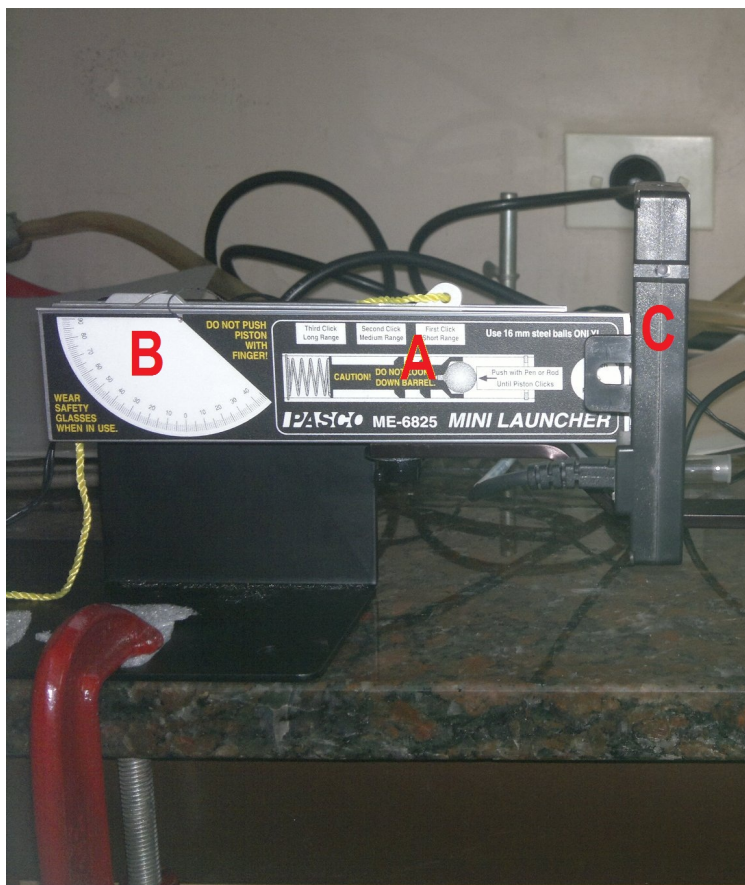
5. Conclusión

Se obtuvo un valor de la aceleración de la gravedad $g = (959 \pm 4) \frac{cm}{s^2}$. En base al experimento realizado, se considera que si se utiliza un método más preciso en la determinación de la horizontalidad del cañón se podría obtener un valor de g más exacto. Ésto se debe a que si se asegura que $\theta = 0$, no existiría una variación sistemática en el tiempo de vuelo.

Referencias

- [1] Resnick-Halliday-Krane. Física volumen 1. 5^{ta} edición. Grupo editorial Patria. México, 2010.
- [2] Correa, P; Fernández Y.; Guariste M. *Medición de la aceleración de la gravedad mediante un sistema fotosensor-placa detectora*. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs.As., Física Experimental I. 2010.
- [3] López, M; Muriel, N; Nosedá, V; Pardini P. *Aceleración de la gravedad*. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs.As., Física Experimental I. 2006.

6. Apéndice



Fotografía del cañón (A) fijado a la mesada con goniómetro (B) y fotosensor (C) fijado a su extremo.